

Erasmus-von-Rotterdam Gymnasium, Viersen
Schulinternes Curriculum – Mathematik Qualifikationsphase G8

Unterrichtsvorhaben	Unterthemen
I) Eigenschaften von Funktionen Zeitansatz: GK 22 Std. – LK 23 Std.	• Wiederholung: Ableitungen von ganzrationalen Fkt. • Besondere Punkte und Eigenschaften von Funktionsgraphen von ganzrationalen Fkt. • Extremwertprobleme mit Nebenbedingungen • ganzrationale Fkt. bestimmen (Steckbriefaufgaben) • Funktionenscharen (GK nur in Ansätzen) • Ortslinien (LK)
II) Integralrechnung Zeitansatz: GK 16 Std. – LK 23 Std.	• Rekonstruieren von Größen • Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung • Integration mit Hilfe von Stammfunktionen • numerisches Integrieren mit dem GTR • uneigentliche Integrale (LK) • Mittelwerte von Funktionen (LK)
III) Geraden und Skalarprodukt Zeitansatz: GK 15 Std. – LK 15 Std.	• Wiederholung: Punkte und Vektoren im Raum; Rechnen mit Vektoren • Parameterdarstellung von Geraden • Lagebeziehungen von Geraden • Orthogonalität von Vektoren und Skalarprodukt • Winkel zwischen Vektoren
IV) Ebenen im Raum und lineare Gleichungssysteme Zeitansatz: GK 13 Std. – LK 33 Std.	• Lineare Gleichungssysteme in Matrixschreibweise und Gauß-Algorithmus • Lösen linearer Gleichungssysteme mit dem GTR • Lösungsmengen linearer Gleichungssysteme und geometrische Interpretation • Parameterdarstellung von Ebenen im Raum • Lagebeziehungen von Ebenen und Geraden • Schnittwinkel und Abstandsprobleme (LK) • Ebenen in Koordinaten- und Normalenform (LK) • Vektorprodukt (für LK empfohlen)
V) Exponentialfunktionen Zeitansatz: GK 11 Std. – LK 20 Std.	• Wiederholung: Exponentialfunktionen • die natürliche Exponentialfunktion und ihre Ableitung • natürlicher Logarithmus • Wachstumsprozesse durch Exponentialfunktionen beschreiben • beschränktes Wachstum (im LK empfohlen)
VI) Zusammengesetzte Funktionen und Weiterführung der Differential- und Integralrechnung Zeitansatz: GK 12 Std. – LK 25 Std.	• Produkte, Summen und Verkettungen von Funktionen • Besondere Punkte und Eigenschaften von Graphen zusammengesetzter Funktionen • Ketten- und Produktregel • zusammengesetzte Funktionen im Sachzusammenhang untersuchen • trigonometrische Funktionen: $\cos$ und $\sin$ (im LK empfohlen) • Funktionenscharen zusammengesetzter Funktionen (GK nur in Ansätzen) • Rotationskörper (LK)
VII) Stochastik Zeitansatz: GK 17 Std. – LK 42 Std.	• Wiederholung: mehrstufige Zufallsprozesse und Baumdiagramme • Kenngrößen von Daten • Erwartungswert und Standardabweichung bei Zufallsgrößen • Bernoulli-Experimente und Binomialverteilung • Anwendung der Binomialverteilung • Hypothesentests und Fehlerwahrscheinlichkeiten (LK) • stetige Zufallsgrößen und Normalverteilung (LK)
VIII) Stochastische Prozesse Zeitansatz: GK 9 Std. – LK 11 Std.	• Übergangsmatrizen beschreiben stochastische Prozesse • Matrizenmultiplikation • Grenzverhalten von stochastischen Prozessen und Grenzverteilungen

- Im Grund- und Leistungskurs sind Kompetenzen im Bearbeiten hilfsmittelfreier Aufgabenstellungen zu vermitteln.
- Hilfsmittelfreie Aufgabenstellungen sollen in jeder Klausur gestellt werden. Der zeitliche Umfang variiert von etwa 20 min (1. Klausur Q1) bis 45 min (Vorabi-Klausur LK) und soll entsprechend während der Qualifikationsphase gesteigert werden.

Darstellung der inhalts- und prozessbezogenen Kompetenzen nach Unterrichtsvorhaben

I) Eigenschaften von Funktionen

Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogene Kompetenzen
- das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mit Hilfe der 2. Ableitung beschreiben - notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten verwenden - Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurückführen und diese lösen - Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben, bestimmen („Steckbriefaufgaben“) - Parameter von Funktionen im Kontext interpretieren - und ihren Einfluss auf Eigenschaften von Funktionenscharen untersuchen (LK)	Modellieren <i>Strukturieren</i> Annahmen treffen und begründet Vereinfachungen einer realen Situation vornehmen, <i>Mathematisieren</i> zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle übersetzen, mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells erarbeiten, die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation beziehen <i>Validieren</i> die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung beurteilen. Problemlösen <i>Erkunden</i> Fragen zu einer gegebenen Problemsituation finden und stellen einfache und komplexe mathematische Probleme, analysieren und strukturieren die Problemsituation erkennen und formulieren, Ideen für mögliche Lösungswege entwickeln, ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung einsetzen, einschränkende Bedingungen berücksichtigen einen Lösungsplan zielgerichtet ausführen <i>Lösen</i> Argumentieren <i>Begründen</i> mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen nutzen, vermehrt logische Strukturen berücksichtigen (notwendige / hinreichende Bedingung, Folgerungen / Äquivalenz, Und- / Oder- Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen), Werkzeuge nutzen <i>Digitale Werkzeuge nutzen zum</i> Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen Darstellen von Funktionen (grafisch und als Wertetabelle), zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen, grafischen Messen von Steigungen Berechnen der Ableitung einer Funktion an einer Stelle

II) Integralrechnung

Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogene Kompetenzen
• Produktsummen im Kontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe interpretieren, • die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext deuten, zu einer gegebenen Randfunktion die zugehörige Flächeninhaltsfunktion skizzieren • an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs erläutern und vollziehen • geometrisch-anschaulich den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion erläutern • den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung unter Verwendung eines anschaulichen Stetigkeitsbegriffs begründen (LK) • Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen bestimmen, die Intervalladditivität und Linearität von Integralen nutzen • den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate ermitteln, Flächeninhalte mit Hilfe von bestimmten Integralen ermitteln • Integrale mithilfe von gegebenen Stammfunktionen und numerisch bestimmen • Flächeninhalte von uneigentlichen Integralen bestimmen. (LK)	Argumentieren <i>Vermuten</i> Vermutungen aufstellen, Vermutungen beispielgebunden unterstützen, Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur präzisieren, <i>Begründen</i> Zusammenhänge zwischen Begriffen herstellen (Ober- / Unterbegriff) vorgegebene Argumentationen und mathematische Beweise erklären Kommunizieren <i>Rezipieren</i> Informationen aus zunehmend komplexen mathemathikhaltigen Texten und Darstellungen, aus authentischen Texten, mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen erfassen, strukturieren und formalisieren, Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren beschreiben, mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen erläutern. <i>Produzieren</i> eigene Überlegungen formulieren und eigene Lösungswege beschreiben, begründet eine geeignete Darstellungsform auswählen, flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen wechseln, Arbeitsschritte nachvollziehbar dokumentieren, Ausarbeitungen erstellen und präsentieren Werkzeuge nutzen <i>Digitale Werkzeuge nutzen zum</i> • Messen von Flächeninhalten zwischen Funktionsgraph und Abszisse, • Ermitteln des Wertes eines bestimmten Integrales, • mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen nutzen.

III) Geraden und Skalarprodukt

Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogene Kompetenzen
• Geraden in Parameterform darstellen • den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext interpretieren • Strecken in Parameterform darstellen • die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen interpretieren • Lagebeziehungen zwischen Geraden untersuchen • Schnittpunkte von Geraden berechnen und sie im Sachkontext deuten • das Skalarprodukt geometrisch deuten und es berechnen • mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum untersuchen (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung)	Modellieren <i>Strukturieren</i> zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung erfassen und strukturieren, Annahmen treffen und begründet Vereinfachungen einer realen Situation vornehmen, <i>Mathematisieren</i> zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle übersetzen, mithilfe math. Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des math. Modells erarbeiten, <i>Validieren</i> die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation beziehen, die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung beurteilen, aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung verbessern Werkzeuge nutzen Geodreiecke, geometrische Modelle und dynamische Geometrie-Software nutzen; <i>Digitale Werkzeuge nutzen zum</i> • grafischen Darstellen von Ortsvektoren, Vektorsummen und Geraden, • Darstellen von Objekten im Raum

IV) Ebenen im Raum und lineare Gleichungssysteme

Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogene Kompetenzen
• lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise darstellen • den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme beschreiben • den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind, anwenden • die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen interpretieren • Ebenen in Parameterform darstellen • Lagebeziehungen zwischen Geraden und Ebenen untersuchen • Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen berechnen und sie im Sachkontext deuten • Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen berechnen und sie im Sachkontext deuten • mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum untersuchen (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung) • geradlinig begrenzte Punktmengen in Parameterform darstellen (LK) • Ebenen in Koordinatenform darstellen (LK) • Ebenen in Normalenform darstellen und diese zur Orientierung im Raum nutzen (LK) • Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen bestimmen (LK) • das Vektorprodukt zur Ermittlung von Normalenvektoren nutzen (im LK empfohlen)	Problemlösen <i>Erkunden</i> wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen <i>Lösen</i> Ideen für mögliche Lösungswege entwickeln Werkzeuge auswählen, die den Lösungsweg unterstützen, heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. [...]Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, [...])nutzen, einen Lösungsplan zielgerichtet ausführen, verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten vergleichen, Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz beurteilen und optimieren, Ursachen von Fehlern analysieren und reflektieren. <i>Reflektieren</i> Kommunizieren <i>Produzieren</i> die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang verwenden, begründet eine geeignete Darstellungsform auswählen, Arbeitsschritte nachvollziehbar dokumentieren, Ausarbeitungen erstellen und präsentieren <i>Diskutieren</i> ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität vergleichen und beurteilen. Werkzeuge nutzen <i>Digitale Werkzeuge nutzen zum</i> • Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen • Darstellen von Objekten im Raum

V) Exponentialfunktionen

Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogene Kompetenzen
- Eigenschaften von Exponentialfunktionen beschreiben - die Ableitung der natürlichen Exponentialfunktion bilden - die besondere Eigenschaft der natürlichen Exponentialfunktion beschreiben - und begründen (LK) - die Ableitung von Exponentialfunktionen mit beliebiger Basis bilden - in einfachen Fällen zusammengesetzte Funktionen und deren Ableitung bilden - Wachstums- und Zerfallsvorgänge mit Hilfe funktionaler Ansätze untersuchen - Exponentialfunktionen zur Beschreibung von Wachstums- und Zerfallsvorgängen verwenden und die Qualität der Modellierung vergleichen (LK) - beschränktes Wachstum (im LK empfohlen) - die natürliche Logarithmusfunktion als Umkehrfunktion der natürlichen Exponentialfunktion nutzen (LK) - die Ableitung der natürlichen Logarithmusfunktion bilden (LK)	Modellieren <i>Strukturieren</i> Annahmen treffen und begründet Vereinfachungen einer realen Situation vornehmen <i>Validieren</i> die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation beziehen, die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung beurteilen, aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung verbessern, die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen reflektieren Problemlösen <i>Erkunden</i> Muster und Beziehungen erkennen, Informationen recherchieren Lösen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung einsetzen, Werkzeuge auswählen, die den Lösungsweg unterstützen, geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung auswählen einschränkende Bedingungen berücksichtigen Argumentieren <i>Vermuten</i> Vermutungen aufstellen und mithilfe von Fachbegriffen präzisieren <i>Begründen</i> math. Regeln und Sätze für Begründungen nutzen <i>Beurteilen</i> überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können, Argumentationsketten hinsichtlich ihrer Reichweite und Übertragbarkeit beurteilen Werkzeuge nutzen <i>Digitale Werkzeuge nutzen zum</i> Erkunden Darstellen von Funktionen (graphisch und als Wertetabelle), grafischen Messen von Steigungen, Berechnen der Ableitung einer Funktion an einer Stelle Die Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge reflektieren und begründen

VI) Zusammengesetzte Funktionen und Weiterführung der Differential- und Integralrechnung

Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogene Kompetenzen
• in einfachen Fällen zusammengesetzte Funktionen bilden (Summe, Produkt, Verkettung) • die Produktregel auf Verknüpfungen von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen anwenden • die Produktregel zum Ableiten von Funktionen anwenden (LK) • die Kettenregel auf Verknüpfungen der natürlichen Exponentialfunktion mit linearen Funktionen anwenden, die Ableitungen von Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten bilden • die Kettenregel zum Ableiten von Funktionen anwenden • die Ableitungen von Potenzfunktionen mit rationalen Exponenten bilden, (LK) • die Produkt- und Kettenregel zum Ableiten von Funktionen anwenden (LK) • verwenden notwendiger Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten • Parameter von Funktionen im Kontext interpretieren • den Einfluss von Parametern auf Eigenschaften von Funktionenscharen untersuchen (LK) • Eigenschaften von zusammengesetzten Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) argumentativ auf deren Bestandteile zurückführen (LK) • Eigenschaften von zusammengesetzten Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) argumentativ auf deren Bestandteile zurückführen (LK) • die natürliche Logarithmusfunktion als Stammfunktion der Funktion $f(x) = 1/x$ nutzen (LK) • die trigonometrischen Funktionen als Bestandteile zusammengesetzter Funktionen untersuchen (LK) • Volumina von Körpern, die durch die Rotation um die Abszisse entstehen, mit Hilfe von bestimmten und uneigentlichen Integralen bestimmen	Problemlösen <i>Lösen</i> heuristische Strategien und Prinzipien nutzen, Werkzeuge auswählen, die den Lösungsweg unterstützen, geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung auswählen Argumentieren <i>Vermuten</i> Vermutungen aufstellen, beispielgebunden unterstützen und mithilfe von Fachbegriffen präzisieren, <i>Begründen</i> math. Regeln und Sätze für Begründungen nutzen sowie Argumente zu Argumentationsketten verknüpfen, verschiedene Argumentationsstrategien nutzen <i>Beurteilen</i> lückenhafte Argumentationsketten erkennen und vervollständigen, fehlerhafte Argumentationsketten erkennen und korrigieren Kommunizieren <i>Produzieren eigene</i> eigene Überlegungen formulieren und Lösungswege beschreiben, Fachsprache und fachspezifische Notation verwenden, Werkzeuge nutzen <i>Digitale Werkzeuge nutzen zum</i> zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen, grafischen Messen von Steigungen Berechnen der Ableitung einer Funktion an einer Stelle Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge reflektieren und begründen.

VII) Stochastik

Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogene Kompetenzen
• untersuchen von Lage- und Streumaßen von Stichproben • den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen erläutern • den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen bestimmen und damit prognostische Aussagen treffen • Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente verwenden • die Binomialverteilung erklären und damit Wahrscheinlichkeiten berechnen • die kombinatorische Bedeutung der Binomialkoeffizienten erklären (LK) • den Einfluss der Parameter n und p auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellung beschreiben • die Sigma-Regeln für prognostische Aussagen nutzen • Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen nutzen • einseitige und zweiseitige Hypothesentests bezogen auf den Sachkontext und das Erkenntnisinteresse interpretieren (LK) • Fehler 1. und 2. Art beschreiben und beurteilen (LK) • diskrete und stetige Zufallsgrößen unterscheiden und die Verteilungsfunktion als Integralfunktion deuten (LK) • den Einfluss der Parameter μ und σ auf die Normalverteilung beschreiben und die graphische Darstellung ihrer Dichtefunktion (Gauß'sche Glockenkurve) (LK) • stochastische Situationen untersuchen, die zu annähernd normalverteilten Zufallsgrößen führen (LK)	Modellieren <i>Strukturieren</i> zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf konkrete Fragestellungen erfassen und strukturieren, Annahmen treffen und begründet Vereinfachungen einer realen Situation vornehmen, <i>Mathematisieren</i> zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle übersetzen, mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells erarbeiten, die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation beziehen, die Angemessenheit aufgestellter [...] Modelle für die Fragestellung beurteilen, die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen reflektieren. <i>Validieren</i> Problemlösen <i>Erkunden</i> Fragen zu einer gegebenen Problemsituation finden und stellen, die Plausibilität von Ergebnissen überprüfen, <i>Reflektieren</i> Ergebnisse vor dem Hintergrund der Fragestellung interpretieren Ursachen von Fehlern analysieren und reflektieren Argumentieren <i>Beurteilen</i> lückenhafte Argumentationsketten erkennen und vervollständigen, fehlerhafte Argumentationsketten erkennen und korrigieren, überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können, Argumentationsketten hinsichtlich ihrer Reichweite und Übertragbarkeit beurteilen Kommunizieren <i>Diskutieren</i> zu mathemathhaltigen, auch fehlerbehafteten Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung nehmen, Entscheidungen auf der Grundlage fachbezogener Diskussionen herbeiführen Werkzeuge nutzen <i>Digitale Werkzeuge nutzen zum</i> Generieren von Zufallszahlen, Ermitteln der Kennzahlen statistischer Daten, Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen Erstellen der Histogramme von Wahrscheinlichkeitsverteilungen Berechnen der Kennzahlen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomial-verteilten Zufallsgrößen. Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei normalverteilten Zufallsgrößen.

VIII) Stochastische Prozesse

Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogene Kompetenzen
- stochastische Prozesse mithilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Übergangsmatrizen beschreiben - die Matrizenmultiplikation zur Untersuchung stochastischer Prozesse verwenden (Vorhersage nachfolgender Zustände, numerisches Bestimmen sich stabilisierender Zustände). - stochastische Prozesse im Sachkontext bearbeiten und bewerten	Modellieren <i>Strukturieren</i> Annahmen treffen und begründet Vereinfachungen einer realen Situation vornehmen, <i>Mathematisieren</i> einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zuordnen Problemlösen <i>Erkunden</i> eine gegebene Problemsituation analysieren und strukturieren, heuristische Hilfsmittel auswählen, um die Situation zu erfassen, Muster und Beziehungen erkennen Werkzeuge nutzen <i>Digitale Werkzeuge nutzen zum</i> Durchführen von Operationen mit Vektoren und Matrizen Die Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge reflektieren und begründen.